♦৩৮ তম বিসিএস প্রিলি: প্রস্তুতি:

বিন্যাস- সমাবেশ

প্রথম অংশ

Md. Khairul Alam

৩৮ তম বিসিএস প্রিলি: পরীক্ষার্থীদের জন¨ গণিত বিষয়ের ¸রুত্বপূর্ণ দুটি অধ্যায় **“বিন্যাস ও সমাবেশ”** নিয়ে বিস্তারিত আলোচনা করা হল। মনযোগ দিয়ে ২/৩ ঘন্টা পড়লে বিসিএস এ পারবেন এবং পরবর্তীতে যে কোন পরীক্ষায় আসলে নিজে নিজেই পারবেন।

যারা মানবিক বিভাগ থেকে পড়ালেখা করেছেন তাদের কাছে এই অধ্যায় দুটো অনেক কঠিন মনে হয়। কিন্তু বুঝে বুঝে করলে অনেক সহজেই পারা সম্ভব।

এখানে এমনভাবে লেখা হয়েছে যাতে পূর্ববর্তী কোন আইডিয়া ছাড়াই নিজে নিজে সমাধান করতে পারেন।

বিন্যাস (Permutation)

♦ প্রাথমিক আলোচনা:

যে কোন ধরনের এলোমেলো কোন কিছুকে সুন্দরভাবে সাজানোর পদ্ধতিকে বিন্যাস বলে। বিন্যাসের সবথেকে গুরুত্বপূণ ব্যবহার হচ্ছে নির্দিষ্ট কয়েকটি সংখ্যা বা ডিজিট ব্যবহার করে অসংখ্য নতুন নতুন নম্বর তৈরী করা। এখানে খুব সহজভাবে বাস্তবতার সাথে মিলিয়ে এই অধ্যায়টি এমনভাবে আলোচনা করা হয়েছে, যে কেউ শেষ পর্যন্ত বুঝে বুঝে পড়লে আশা করি নিজে থেকেই বিন্যাস সংক্রান্ত সব প্রশ্নের উত্তর দিতে পারবেন। পূর্ণ মনযোগ দিয়ে সম্পূর্ণ অধ্যায়টি পড়ার চেষ্টা করুন।

♦ (Permutation) কি?

কতগুলি বস্তু থেকে কয়েকটি বা সবকটি অথবা নির্দিষ্ট কয়েকটি প্রতিবারে নিয়ে যত ভাবে বিন্যস্ত করা বা **সাজানো** যায় তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

উদাহরণ: মনে করি A, B, C, তিনটি বর্ণ। একসাথে সবকটি বর্ণ নিয়ে সাজানো যায়।

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA মোট ৬ ভাবে। যাদের প্রতিটিকে এক একটি বিন্যাস বলে।

সুতরাং উপরোক্ত উদাহরণ থেকে বুঝা যায় সবকটি ঘটনাই এক একটি বিন্যাস বা সাজানোর ব্যবস্থা তাহলে মোট সাজানোর ব্যবস্থা হলো ৬ টি।

উদাহরণ: মনে করি A,B,C তিনটি বর্ণ। একসাথে দুইটি বর্ণ করে নিয়ে সাজানো যায়। AB, BA, AC, CA, BC, CB।

♦ বাস্তবে প্রয়োগ:

ছাত্র-ছাত্রীদের রোল নম্বর, গাড়ীর লাইসেন্স, মোবাইল নম্বর, ভোটার আইডি কার্ডের নম্বর ০ থেকে ৯ পর্যন্ত ১০ টি ডিজিট নিয়েই কোটি কোটি সংখ্যা বানানো হয়, যার একটি সাথে অন্য কোনটির মিল নেই। এগুলো সবগুলোই বিন্যাসের নিয়ম অনুসারে তৈরী করা হয়।

♦ বিন্যাসের সুত্র:

n সংখ্যক বিভিন্ন বস্তু হতে প্রতিবারে r সংখ্যক বস্তু নিয়ে মোট সাজানোর ব্যবস্থা বের করার সূত্র হলো:

Formula of Permutation $^np_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ **Here** $n \geq r$

♦ n কি? r কি? **n** = মোট উপাদান

r = মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান

♦ সুত্রের ব্যাখ্যা: এখানে n! অর্থ হলো n এর সাথে তার নিচের সকল ক্রমিক সংখ্যার গুণফল। যেমন:

ধরি n এর মান 5 এবং r এর মান 2। তাহলে মানগুলো বসিয়ে সুত্রটি নিম্নোক্ত নিয়মে ব্যবহার করতে হবে,

$^5p_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1} = 20$ $\frac{5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times}$ অথবা $\frac{5!}{3!} = \frac{5\times4\times3!}{3!} =$ এখন উপরের ও নিচের 3! কে কেটে দিলে শুধু 5×4 থাকে $=20$

বি:দ্র: এক্ষেত্রে মনে রাখতে হবে ঘটনাগুলি পুণরাবৃত্তি হবে না এবং n এবং r অবশ্যই আলাদা মান বহন করবে।

◆ Factorial কী ও কেন?

Factorial (!) হচ্ছে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণন বিধি যা ১ করে কমে ক্রমান্বয়ে গুণ হয়ে ১ পর্যন্ত হবে। যেমন, ২! = ২×১, ৩! = ৩×২×১, ৪! = ৪×৩×২×১ এবং ৫! = (৫× ৪ × ৩ × ২ × ১) = ১২০; ইত্যাদি।

অবশ্যই মনে রাখুন: ০! = ১ (কারণ বড় সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়ালকে ঐ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে তার আগের সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়াল আসে। যেমন: ৬! = ৭২০ তাই ৭২০÷৬ = ১২০ হলো ৫! এর মান। তাই ১! = ১ এর ১ কে ১ দিয়ে ভাগ করলে আবার ১ ই হয় যা ১ এর পূর্ববর্তী সংখ্যা ০! এর মান। সুতরাং ০! = ১ লিখা হয়।)

◆ এখানে ১ করে কমে যায় কেন?

ধরুন, আপনার হাতে তিনটি হ্যাঙ্গার আছে। যেখানে আপনি তিনটি ভিন্ন শার্ট সাজিয়ে রাখবেন।

=> প্রথম হ্যাঙ্গারটিতে তিনটি শার্টের যে কোন একটি ঝোলানো যাবে ৩ ভাবে, অর্থাৎ এখানে অপশন আছে ৩টি।

=> দ্বিতীয় হ্যাঙ্গারটিতে অবশিষ্ট দুটি শার্টের মধ্য থেকে একটিকে ঝোলানোর অপশন আছে দুটি অর্থাৎ দুভাবে। *(কারণ আগে একটি চলে গেছে)*

=> সর্বশেষ হ্যাঙ্গারটিতে মাত্র একটি শার্ট একভাবেই ঝোলানোর উপায় আছে।

অর্থাৎ একটি করে নেয়ার পর একটি করে অপশন কমতে থাকে বলে এই নিয়মটি লিখতে হয় ৩×২×১ = ৬ ভাবে। যাকে ফ্যাক্টোরিয়াল আকারে লিখলে লিখতে হবে ৩!।

বিভিন্ন পদ্ধতির বিন্যাসের প্রশ্ন

পদ্ধতি-১: সাধারণ বিন্যাস

কিছু প্রশ্ন আছে যেগুলো বিন্যাসের সুত্র ছাড়াই মুখে মুখে করা যায়। যেমন:

১. শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে যাওয়ার তিনটি ভিন্ন রাস্তা আছে, আবার ফার্মগেট থেকে বনানীর ৪টি ভিন্ন রাস্তা আছে। শাহবাগ থেকে ফার্মগেট হয়ে বনানী যাবার কয়টি ভিন্ন রাস্তা আছে? *[SBL (PO) – 2013]*

ক.১০ খ.১২ গ.১৩ ঘ.১৪ **উত্তর:-** খ

◆ সমাধান: (খ)

ধরুন, শাহবাগ থেকে ফার্মগেট যাওয়ার রাস্তা ৩টির নাম হলো, ক, খ ও গ। আাবর ফার্মগেট থেকে বনানী যাওয়ার রাস্তা চারটির নাম হলো ১, ২, ৩ এবং ৪। তাহলে যদি কেউ শুধু ক রাস্তা দিয়ে শাহবাগ থেকে ফার্মগেটে আসার পর ১, ২, ৩, এবং ৪ নং রুটের যে কোন এক পথে যায় তাহলে ক রাস্তার রুট গুলো হবে, ক১, ক২, ক৩ এবং ক৪। এভাবে খ দিয়েও ৪টি এবং গ দিয়েও ৪টি হবে। তাহলে শাহবাগ থেকে ফার্মগেট হয়ে বনানী যাওয়ার মোট রাস্তা হবে ৩×৪ = ১২টি।

২. ঢাকা হতে বরিশাল যাবার পথ ৩টি এবং বরিশাল হতে খুলনা যাবার পথ ৫টি হলে, কত উপায়ে ঢাকা হতে বরিশাল হয়ে খুলনায় যাওয়া যাবে?

ক.১০ খ.১২ গ.১৩ ঘ.১৫ **উত্তর:-** ঘ

◆ ব্যাখ্যা: ঢাকা হতে খুলনায় যেতে পারবে = ৩ × ৫ =১৫

৩. একটি শ্রেণিকক্ষে ৩টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক কক্ষে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন?

ক.৩ খ.৬ গ.৯ ঘ.১২ **উত্তর:-** গ

◆ ব্যাখ্যা:

যেহেতু তিনটি দিয়ে ঢুকবে তাহলে ঐ তিনিটির ভিন্ন ভিন্নটি দিয়ে বের হতে পারবে এবং ঢোকার সময় ও ভিন্ন ভিন্ন দরজা দিয়ে ঢুকবে। তাই মোট ৩×৩ = ৯ ভাবে ঢুকতে ও বের হতে পারবেন।

৪. একটি শ্রেণিকক্ষে ৩টি দরজা আছে। কতভাবে একজন শিক্ষক এক দরজা দিয়ে ঢুকে অন্য দরজা দিয়ে বের হতে পারেন?

ক.৬ খ.৮ গ.৭ ঘ.৫ উত্তর:- ক

◆ব্যাখ্যা:

এখানে যেহেতু অন্য দরজা দিয়ে বের হওয়ার কথা বলা হয়েছে তাই যে দরজা দিয়ে ঢুকবে সে দরজা দিয়ে বের হওয়া যাবে নাঅর্থাৎ ঢোকার সময় ৩টির যে কোনটি দিয়ে ঢোকা গেলেও বের হওয়ার সময় একটি অপশন কমে ২টি হয়ে যাবে। তাই উত্তরটি হবে ৩×২ = ৬টি।

৫. How many combinations are possible if a person has 4 sports jackets, 5 shirts and 3 pair of socks? *[EMBA. DU. 10]*

a.4 b.5 c.12 d.60 [**Help:** $4\times5\times3 = 60$]

পদ্ধতি-০২: পুণরাবৃত্তি না করার বিন্যাস

যদি একটি উপাদানকে একের অধিকবার ব্যাবহার করা না যায় তাহলে নিম্নোক্ত কয়েকটি নিয়মে বিন্যাস করতে হয়:

◆(A) যখন সব উপাদান ভিন্ন:

যখন সব উপাদান ভিন্ন তখন Permutation দুটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। ১. এর উপাদান সংখ্যা ও ২. কতটি উপাদান নিতে হবে। এক্ষেত্রে উপাদান সংখ্যা n(মোট উপাদানকে n দ্বারা প্রকাশ করা হয়) এবং r সংখ্যক উপাদান নিতে হলে, বিন্যাস সংখ্যা ^nP_r যা ব্যাখ্যা করে দাঁড়ায় n, 1 করে কমে r ধাপ পর্যন্ত। একটি উদাহরণ দেয়া যাক।

Formula of Permutation $^np_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ **Here** $n \geq r$

◆n কি? r কি? n = মোট উপাদান
r = মোট উপাদানের মধ্যে যতটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস করতে হয়।

৬. ১, ২, ৩, ৪, এ চারটি সংখ্যা থেকে ৪ অংকের কতগুলি সংখ্যা গঠন সম্ভব?

◆**সমাধান:** এক্ষেত্রে যেহেতু সংখ্যা ৪ অংকের (৪ উপাদান নিতে হবে বলে) সেহেতু এদের ধাপে ধাপে ৪ ধাপ পর্যন্ত সাজাতে হবে। এখানে যা হবে, $^4p_4 = 4!$ বা ৪ × ৩ × ২ × ১

কিন্তু যদি বলে ২ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন সম্ভব? তখন পর পর বা ধাপে দুটি option নিতে হবে যা হবে $^4p_2$ অথবা = ৪ × ৩, অতএব এটি দু'ধাপ পর্যন্ত। কারণ প্রথমে (দশক স্থানে) ৪টি অঙ্ক নেয়ার পর একক স্থানে প্রতিটি সংখ্যার জন্য ৩টি করে option থাকবে।

বি:দ্র: এখানে কোন উপাদান একাধিকবার নেই তাই এই সূত্র প্রয়োগ করা হয়েছে।

৭. **A, B, C** প্রতিবারে তিনটি করে বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর।

ক.৩ খ.৬ গ.৯ ঘ.১২ উত্তর:- খ

◆**সমাধান: (খ)**

মোট বর্ণ n = 3 তিনটি বর্ণএকসাথে নিতে হবে যেমন: n = 3 এখানে r = 3

$^np_r = \dfrac{n!}{(n-n)!} = \dfrac{3!}{(3-3)!} = \dfrac{3!}{0!} = \dfrac{3\times2\times1}{1} = 6$ সরাসরি: $3! = 6$

৮. **A, B, C** প্রতিবারে দুইটি বর্ণ একসাথে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় নির্ণয় কর। [পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে]

◆**সমাধান:** এখানে মোট বর্ণ n = 3 আবারম দু'টি করে বর্ণএকসাথে নিতে হবে। তাই r = 2

$$^{n}p_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!} = \frac{3\times2\times1}{1} \quad [\, 3! = 3\times2\times1 = 6$$

◆Effective Shortcut: এরকম বিন্যাসের প্রশ্নগুলোতে যদি কখনো n এর মান এবং r এর মান সমান সমান হয় অথবা n এর মানের থেকে r এর মান ১ কম হয় তাহলে নিচে কোন কিছু না লিখে সরাসরি উপরে n! লিখে হিসেব করা যায়। কেননা নিচে 0! অথবা 1! = 1 হয় এবং নিচে 1 আসলে উপরের উত্তরটিই উত্তর হবে। যেমন:

৯. Table, শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যায়? *(এভাবে বললে কোন শর্ত না থাকলে বুঝতে হবে সবগুলো বর্ণ নিতে হবে)*

ক.১০০ খ.১১০ গ.১২০ ঘ.১২৫ **উত্তর:- গ**

◆সমাধান: সরাসরি $5! = 5\times4\times3\times2 = 120$ (কারণ সুত্র প্রয়োগ করে কাটাকাটি করে 5! ই থাকবে)

১০. A, B, C, D চারটি বর্ণ । বর্ণ চারটি হতে পুনরাবৃত্তি না ঘটিয়ে তিনটি করে বর্ণ নিয়ে সাজানোর ব্যবস্থা নির্ণয় কর।

ক.১২ খ.১৬ গ.১৮ ঘ.২৪ **উত্তর:- ঘ**

◆সমাধান: মোট বর্ণ $n = 4$ প্রতিবারে নিতে হবে 3 টি বর্ণ $r = 3$ (এখানে কতটি বর্ণ নিতে হবে তা বলে দেয়া আছে)

মোট সাজানোর ব্যবস্থা $^{n}p_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4\times3\times2\times1}{1} = 24$ **অথবা সরাসরি 4! = 24** ।

১১. DAUGHTER শব্দটি দিয়ে কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করে যায় তা নির্ণয় করুন:

ক.৪০৩২০ খ.৪০৩২৫ গ.৪০৩৩০ ঘ.৪০৩২০৬ **উত্তর:- ক**

◆সমাধান:

মোট বর্ণ $n = 8$, নিতে হবে সবকটি $r = 8$ **{কারণ এখানে বলা হয়নি কতটি বর্ণ নিতে হবে}**

$$^{n}p_r = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{8!}{(8-8)!} = \frac{8!}{0!} = \frac{8!}{1} = 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 40320$$ সংক্ষেপে $8! = 40320$

কিছু গুরুত্বপূর্ণ ফ্যাক্টোরিয়াল সংখ্যার মান মুখস্ত রাখলে খুব দ্রুত হিসেব করা সম্ভব হবে।
0! = 1, 1! = 1, 2! = 2, 3! = 6, 4! = 24, 5!= 120, 6! = 720, 7!= 5040

১২. 2, 3, 4, 5, 6, 7, ও 8 এই অঙ্কগুলির প্রত্যেকটিকে প্রত্যেকের সংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে চার অঙ্কের কতগুলি পৃথক সংখ্যা গঠন করা যেতে পারে।

◆সমাধান:

মোট সংখ্যা $n = 7$, নিতে হবে 4 টি করে অর্থাৎ $r = 4$

মোট সাজানোর ব্যবস্থা

$$^{n}p_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7\times4\times5\times4\times3!}{3!} = 7\times6\times5\times4 = 840 \text{ (ans):}$$

◆নিজে করুন:

১৩. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে ORANGE থেকে কতগুলি ৫ অক্ষরের শব্দ গঠন করা যায়? [$^{6}p_5$ অথবা 6!]

ক.730 খ.760 গ.780 ঘ.720 **উত্তর:- ঘ**

১৪. প্রতিটি Letter একবার ব্যবহার করে Versity শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? [7! = 5040]

ক.5030 খ.5060 গ.5080 ঘ.5040 উত্তর:- ঘ

১৫. ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে ৪ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে?

ক.৩৭০ খ.৩৬০ গ.৩৬৫ ঘ.৩৬৪ উত্তর:- খ

♦ সমাধান: সাধারণ নিয়মের মতই $^{n}P_{r} = {}^{৬}P_{৪} = = \frac{৬!}{(৬-৪)!} = \frac{৬\times৫\times৪\times৩\times২}{২!} = ৩৬০$

♦ (B) যখন কয়েকটি উপাদান একই হয়:

একই উপাদান একাধিকবার আসলে যেমন: **DHAKA** শব্দের বিন্যাস আগের নিয়মে হবে না, কারণ এখানে দুটি **A** আছে। এরকম বিন্যাসের ক্ষেত্রে নিচের সুত্রটি প্রয়োগ করতে হয়।

যখন কোন উপাদান রিপিট হয় অর্থাৎ কয়েক বার আসে তখন এই সুত্র প্রয়োগ করতে হয়।

Repetition Formula: $\frac{n!}{p!\times q!\times r!}$

(এখানে n হলো মোট উপাদান সংখ্যা, আর p, q, r, হলো একাধিকবার ব্যবহৃত উপাদান সংখ্যা)

♦ কিছু উদাহরণ দেখে আরো ক্লিয়ার হওয়া যাবে। নিচের শব্দগুলোর বিন্যাস সংখ্যা বের করুন।

1) DHAKA **2) CANADA** **3) MISSISSIPPI**

মনে রাখবেন, এই সূত্র তখনই ব্যবহার করবেন যখন কোন সংখ্যা বা অক্ষর একের অধিকবার অবস্থান করবে।

♦ **সমাধান:**

1) DHAKA শব্দটিতে মোট **5** টি বর্ণআছে যার মধ্যে **A** আছে **2** টি এবং বাকীগুলো স্বতন্ত্র

নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1} = \frac{120}{2} = 60$

[যদি ছোট সংখ্যার ফ্যাক্টোরিয়ালগুলোর মান মুখস্থ থাকে তাহলে সরাসরি উত্তর বের করা যাবে মুখে মুখে। উপরে দেয়া হয়েছে]

2) CANADA শব্দটিতে মোট অক্ষর আছে ৬ টি এর মধ্যে **A** আছে ৩ টি

সুতরাং নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1} = 120$

3) MISSISSIPPI শব্দটিতে মোট অক্ষর আছে ১১ টি, এর মধ্যে **S** আছে ৪ টি, **I** আছে ৪ টি **P** আছে ২ টি,

সুতরাং নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{11!}{4!\times4!\times2!} = \frac{39916800}{24\times24\times2} = 34650$ [**p, q, r,** এর ব্যাবহার এভাবে হয়।]

১৬. In how many ways can the letters of the word **"LEADER"** be arranged? *[R.B.L.Off.13]*

a. 72 b.144 c.360 d.720 **Ans. c**

♦ **সমাধান: LEADER** এ ৬টি বর্ণ আছে, এর মধ্যে ২টি E $\therefore$ সাজানোর উপায় $\frac{6!}{2!} = 360$

১৭. **FREEDOM** শব্দটির সবগুলোর বর্ণ একত্রে নিয়ে কত প্রকারের সাজানো যায়? */কারা অধিদপ্তর -২০১০/*

ক. $\frac{7!}{2!}$ খ. $\frac{7!}{5!}$ গ. $\frac{5!}{2!}$ ঘ. $\frac{7!}{2!5!}$

◆**সমাধান : (ক)**

FREEDOM শব্দটিতে মোট বর্ণ আছে 7টি এদের মধ্যে E আছে 2টি

$\therefore$ সবগুলো বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{7!}{2!}$

১৮. **CALCUTTA** শব্দটির বর্ণগুলোকে একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা **AMERICA** শব্দটির বর্ণগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যার কত গুণ? *[35তম বিসিএস]*

ক) 2 খ) 3 গ) 4 ঘ) 5 **উত্তর:-ক**

◆**সমাধান:**

AMERICA শব্দটিতে 7 টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে ২টি A রয়েছে। সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা

$\frac{7!}{2!} = \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1} = \frac{5040}{2} = 2520$ । আবার

CALCUTTA শব্দটিতে ৮ টি বর্ণ আছে যাদের মধ্যে A, C ও T 2 টি করে বিদ্যমান।

সবগুলো বর্ণ একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{8!}{2!\times2!\times2!} = \frac{8\times7!}{2\times2\times2} = 5040$

সুতরাং **AMERICA** শব্দটির বিন্যাস থেকে **CALCUTTA** শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা ৫০৪০÷২৫২০ = ২ গুণ বেশি।

এভাবে ভাবলে ভুল হবে, তাই সাবধান:
শুধু 5 আর 5! এক না। তেমন $2\times5 = 10$ হলেও $2!\times5! = 10!$ লেখা যাবে না। আগে মান বসিয়ে তারপর গুণ করতে হবে। যেমন: $2!\times5! = 2\times120 = 240$ কিন্তু $10! = 3628800$

১৯. How many different six-digit numbers can be formed using all of the following digits: 3, 3, 4, 4, 4, 5? (৩, ৩, ৪, ৪, ৪, ৫ সংখ্যাগুলো নিয়ে ৬ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে?) *(BB Ass: Director-:-12)*

a.40 b.60 c.50 d.55 **উত্তর:- b**

◆**সমাধান:**

এখানে 3 আছে 2টি এবং 4 আছে 3টি। যেহেতু এখানে order পরিবর্তন হলে নতুন সংখ্যা গঠিত হবে তাই Permutation এর formula ব্যবহার করতে হবে।

এখানে, Total $= \frac{6!}{2!3!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times3\times2\times1} = 60$

◆**নিজে করুন:**

২০. **"Book "** শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়? **[Help:**$4!\div2! = 24\div2 = 12$]

ক.14 খ.15 গ.16 ঘ.12 **উত্তর:- ঘ**

২১. **"RAJSHAHI "** শব্দের বর্ণগুলিকে মোট কতভাবে বিন্যস্ত করা যায়?

ক.1300 খ.1060 গ.1800 ঘ.10080 **উত্তর:- ঘ**

২২. সবগুলি বর্ণ একবার নিয়ে **Committee** শব্দটিকে কত রকমে সাজানো যায়? **[Help:** $\frac{9!}{2!.2!.2!} = 45360$]

ক.45360 খ.45365 গ.45965 ঘ.2562 উত্তর:- ক

২৩. Mathematics শব্দটির বিন্যাস সংখ্যা কত? [**Help:** $\frac{11!}{2!.2!.2!}$]

a.4989600 b.121060 c.126009 d.120096 **Ans.a**

২৪. In how many ways can the letters of the word "APPLE" be arranged? *[P.A.S.F.-14]*

a. 720 b.120 c.60 d.180 **Ans. c**

[**Help:** মুখে মুখে করুন ১২০ কে ২ দিয়ে ভাগ করতে হবে, কেন ভাগ? উপরে দেখুন ।]

♦ (C) নির্দিষ্ট কোন উপাদান নির্দিষ্ট স্থানে অথবা পাশাপাশি রাখতে বললে:

Δ নির্দিষ্ট স্থানে রেখে বিন্যাস:

২৫. Apu শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে **Vowel** থাকে?

ক.৪ খ.৬ গ.৭ ঘ.৮ উত্তর:- ক

$$\frac{\text{সর্ব মোট বিন্যাস}}{\text{সর্ব মোট উপাদান}} = \text{একটি উপাদান নিয়ে বিন্যাস।}$$

♦ **সমাধান:**

এখানে Apu শব্দটিতে মোট তিনটি বর্ণ আছে। আবার কোনটিই দুবার নেই। তাই এদের বিন্যাস সংখ্যা হবে। ৩! বা ৩×২ = ৬টি। এখন বাস্তবে ভাবুন। তিনটি অক্ষর নিয়ে যদি মোট ৬টি বিন্যাস করা যায়। তাহলে প্রতি ১ টি দিয়ে ৬÷৩ = ২টি করে বিন্যাস সাজানো যায়। আবার Apu শব্দটিতে যেহেতু দুটি স্বরবর্ণ যথা: A ও U দিয়ে মোট বিন্যাস হবে ২×২ = ৪টি। যেমন: Apu, Aup, upa, uap তাই উত্তর: ৪। কিন্তু এই প্রশ্নটিতেই যদি বলা হত প্রথমে **Vowel** থাকবে না এরকম বিন্যাস সংখ্যা কয়টি হবে? তখন উত্তর হত ২টি যে দুটি P দিয়ে শুরু হয়। যেমন: pau, pua.

♦ **নিজে করুন:**

২৬. Cap শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?

ক.৪ খ.৬ গ.৭ ঘ.২ [৬÷৩=২] উত্তর:- ঘ

২৭. Nokia' শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যাদের শুরুতে **Consonant** থাকে? (উল্টো)

ক.৪৮ খ.২৬ গ.২৭ ঘ.২৮ উত্তর:- ক

♦ **সমাধান:**

Nokia শব্দটিতে মোট ৫টি বর্ণ আছে তাই ৫! = ১২০ ভাবে সাজানো যায়। তাহলে ৫ অক্ষরের প্রতিটি দিয়ে সাজানো যাবে ১২০÷৫ = ২৪ টি করে। এখন Nokia শব্দটিতে যেহেতু দুটি Consonant আছে, তাই Consonant দিয়ে শুরু হবে মোট ২৪×২ = ৪৮টি বিন্যাস। উত্তর: ৪৮টি।

(বড় বড় বিন্যাস আসলেও নিয়ম একই)

♦ **নিজে করুন:**

২৮. Courage' শব্দটির বর্ণগুলো নিয়ে কতগুলো বিন্যাস সংখ্যা নির্ণয় করা যায় যেন প্রত্যেক বিন্যাসের প্রথমে একটি স্বরবর্ণ থাকে?

[**Help:** মোট বিন্যাস বের করে ৭দিয়ে ভাগ দিয়ে ৪দিয়ে গুণ]

ক) ১৭২০ খ) ২৮৮০ গ) ৩৬৪০ ঘ) কোনটিই নয়

দ্রুত ফ্যাক্টোরিয়াল এর কাটাকাটি করার জন্য নিচের উদাহরণ দেখুন।

$\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}$ < এভাবে না লিখে এভাবে লিখুন > $\frac{6!}{3!} = \frac{6\times5\times4\times3!}{3!}$

[নিচের 3! কে না ভেঙ্গে রেখে দিন। এবং উপরের 6! কে 3! পর্যন্ত ভাঙ্গুন। এখন নিচের 3! এবং উপরের 3! কেটে দিয়ে অবশিষ্টগুলো গুণ করুন। সময় বাঁচবে। =120 ই আসবে।]

$\frac{8!}{7!} = \frac{8\times7!}{7!} = 8$ আবার সংখ্যা আসলে সংখ্যা মেলাতে হবে যেমন: $\frac{8!}{8} = \frac{8\times7!}{8} = 7!$

∆বিভিন্ন শর্ত প্রয়োগ করে বিন্যাস:

২৯. **'CALCULUS'** শব্দটির বর্ণগুলোর সবগুলো একত্রে নিয়ে কত প্রকারে সাজানো যায় যেন প্রথম ও শেষ অক্ষর **'u'** থাকে?

a. 120 b. 180 c. 60 d. 720

♦**Solution: (b)**

U	1	2	3	4	5	6	U

'CALCULUS' শব্দটির মধ্যে মোট ৮টি অক্ষর আছে ।

শর্তানুযায়ী প্রথম ও শেষে u থাকবে তাহলে এদেরকে বিন্যাসের বাইরে রাখতে হবে। সুতরাং অবশিষ্ট ৬টি স্থানে বাকি ৬টি অক্ষর দ্বারা পূরণ করতে হবে। যেহেতু বাকি ৬টি অক্ষরের মধ্যে ২টি **c,** ২টি **l** এবং অন্যগুলো ভিন্ন, ভিন্ন, সুতরাং ৬টি অক্ষরের সবগুলো একত্রে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{6!}{2!2!} = 180$ ∴ প্রদত্ত শর্ত অনুযায়ী অক্ষরগুলোকে 180 প্রকারে সাজানো যাবে।

৩০. **'MILLENIUM'** শব্দটির অক্ষরগুলো কত প্রকারে সাজানো যায়? এর মধ্যে কতগুলোতে প্রথমে ও শেষে M থাকে?

♦**সমাধান:**

'MILLENIUM' শব্দটিতে 9টি অক্ষর আছে। এদের মধ্যে দুটি M দুটি L দুটি I আছে। সুতরাং, শব্দটির অক্ষরগুলোতে মোট সাজানোর উপায় $= \frac{9!}{2!2!2!} = \frac{362880}{2.2.2} = 45360$ [প্রশ্নের প্রথম অংশের উত্তর]

M	1	2	3	4	5	6	7	M

আবার, অবশিষ্ট (9 - 2) = 7টি স্থান 7টি অক্ষর দ্বারা পূরণ করতে হবে। সুতরাং 'Millenium' শব্দটির দুটি M কে প্রথমে ও শেষে নির্দিষ্ট রেখে অবশিষ্ট 7টি অক্ষরকে সাজানোর উপায় $= \frac{7!}{2!2!} = 1260$ [প্রশ্নের ২য় অংশের উত্তর]

৩১. **PERMUTATION শব্দটি Vowel গুলোর অবস্থান পরিবর্তন না করে কত প্রকারে পুণরায় সাজানো যায়?**

(ক) 360 (খ) 359 (গ) 355 (ঘ) 361

♦**সমাধান: (খ)**

অবস্থান পরিবর্তন করা যাবে না বলতে বোঝায় Vowel গুলো যে জায়গায় আছে সেই জায়গাতেই রেখে দিতে হবে। তাহলে Vowel গুলো সূত্রের বাইরে রাখলে তাদের অবস্থান পরিবর্তন হবে না।

P	E	R	M	U	T	A	T	I	O	N
1	E	2	3	U	4	A	5	I	O	6

এখন শব্দটিতে Vowel = 5টি, Consonant = 6টি। ৬টির বিন্যাস করতে হবে কিন্তু এদের মধ্যে T আছে ২ বার

$\therefore \frac{6!}{2!} = 360$ উপায়ে গঠন করা যেতে পারে।

কিন্তু **PERMUTATION** শব্দটি নিজেই একটি সাজানো সংখ্যা। (কেননা ঐ ৩৬০টি বিন্যাসের মধ্যে Vowel গুলো অবস্থান স্থির রেখে যতগুলো বিন্যাস হয় তার মধ্যে এই **PERMUTATION** শব্দটিও একটি। যেহেতু প্রশ্নে পুণরায় সাজানোর সংখ্যা জানতে চাওয়া হয়েছে তাই একে নেয়া যাবে না।)

$\therefore$ নির্ণেয় সাজানো সংখ্যা $(360 - 1) = 359$

৩২. স্বরবর্ণগুলো কেবলমাত্র বিজোড় স্থানে বসিয়ে Article শব্দটির অক্ষরগুলো কত রকমে সাজানো যায়?

♦ সমাধান:

Article শব্দটিতে মোট 7টি অক্ষর আছে যার মধ্যে 3টি স্বরবর্ণ। 7টি অবস্থানের 4টি অবস্থান বিজোড়, প্রতিবারে তাদের 3টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূর্ণ করা যায় ${}^4P_3$ উপায়ে অর্থাৎ বিজোড় স্থান ৪টি হলেও স্বরবর্ণ আছে ৩টি। তাই একটি বিজোড় স্থান ফাঁকা থাকবে, এখন অবশিষ্ট 1টি বিজোড় স্থান এবং 3টি জোড় স্থানে 4টি ব্যঞ্জনবর্ণকে সাজানো যায় ${}^4P_4$ উপায়ে।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলোকে শুধু বিজোড় স্থানে রেখে যতগুলো বিন্যাস গঠন করা যায় তার সংখ্যা

$= {}^4P_3 \times {}^4P_3 = 4.3.2 \times 4.3.2.1 = 24 \times 24 = 576$

৩৩. AMERICA শব্দটির বর্ণগুলো থেকে প্রতিবারে ৩টি বর্ণ নিয়ে গঠিত ভিন্ন ভিন্ন শব্দ সংখ্যা কত হবে? */থানা শিক্ষা অফি: ৯৯/*

ক.১৩০ খ.১৩৫ গ.১৪০ ঘ.১৪৫ উত্তর:- খ

♦ সমাধান: (খ)

যেহেতু **AMERICA** শব্দটিতে 7 টি বর্ণ রয়েছে, যার মধ্যে A দুইটি । একটি A বাদ দিয়ে 6টি ভিন্ন বর্ণ থেকে প্রতিবারে 3টি বর্ণ নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= {}^6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$

আবার, দুইটি A কে ভিন্ন ভিন্ন পাঁচটি বর্ণের প্রতিটির সাথে নিলে 3 বর্ণ শব্দ সংখ্যা $= 5 \times {}^3P_2 = 5 \times 3 = 15$

মোট শব্দ সংখ্যা $= 120 + 15 + 135$

৩৪. ৫, ৯, ১,৪ অংকগুলি দ্বারা ৫,০০০ এর চেয়ে বড় কতগুলো সংখ্যা তৈরি করা যায়? */স্বরাষ্ট্র মন্ত্রণালয়ের অধীন বহিরাগমন ও পাসপোর্ট অধিদপ্তরের সহকারী পরিচালক ২০১১/*

(ক) ১২টি (খ) ৮টি (গ) ১৮টি (ঘ) ১৬টি

♦ সমাধান: (ক)

৫,৯, ১, ৪ এই চারটি অংশ দ্বারা ৫,০০০ এর চেয়ে বড় কোনো সংখ্যা তৈরি করতে হলে প্রথম স্থানে ৫ বা ৯ বসাতে হবে, (১ ও ৪ বসালে তা ৫০০০ এর থেকে ছোট হয়ে যাবে) ১ম স্থানটি ৫ ও ৯ দ্বারা ${}^2P_1$ বা ২ প্রকারে পূরণ করা যায় বাকী তিনটি স্থান তিনটি অঙ্ক দ্বারা ৩! বা ৬ প্রকারে পূরণ করা যায়।

$\therefore$ মোট বিন্যাস = ২× ৬ = ১২।

অথবা মোট বিন্যাস ৪! = ২৪টি। এর মধ্যে ২টি উপাদান নিয়ে বিন্যাস নেয়া যাবে ২৪÷৪ = ৬×২ = ১২টি।

৩৫. How many 3-digit numbers can be formed form the digits 2, 3, 5, 6, 7, and 9, which are divisible by 5 and none of the digits is repeated? (২,৩,৫,৬,৭ এবং ৯ সংখ্যাগুলোকে মাত্র একবার ব্যবহার করে ৩ অঙ্কের কতগুলো নতুন সংখ্যা গঠন করা যাবে যাদেরকে ৫ দ্বারা নি:শেষে ভাগ করা যাবে।) *(Basic Bank Ass Offi (Cash) 2014)*

a.5 b.10 c.15 d.20

◆ **Solution: (d)**

For 3 digit 3 position is available. But last position is fixed for 5 So
From six digit (2,3,5,6,7, 9) without five, the numbers are $5\times4 = 20$

Δ**সহজ ভাষায়,** ৬টি অঙ্ক থেকে ৩টি অঙ্ক নেয়ার জন্য তিনটি অবস্থান আছে (একক, দশক ও শতক)। কিন্তু সংখ্যাগুলো ৫ দিয়ে বিভাজ্য হতে হবে কথাটির অর্থ হচ্ছে শেষে এককের স্থানে বার বার অবশ্যই ৫ থাকবে। তাহলে শেষের ৫ বাদে আর দুটি অবস্থানে (দশক ও শতকের স্থানে) অন্য ৫টি সংখ্যা থেকে প্রথম বার ৫ভাবে এবং দ্বিতীয়বার ৪ ভাবে সহ মোট ৫×৪ = ২০টি নতুন সংখ্যা বানানো সম্ভব।

Δপাশাপাশি রেখে বিন্যাস:

যখন কয়েকটি বর্ণ অথবা বস্তুকে একসাথে পাশাপাশি রাখতে বলা হয় তখন বিন্যাস করার জন্য নিচের স্টেপগুলো অনুসরণ করতে হবে।

- ➢ **প্রথম কাজ:** একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোকে ১টি ধরে সবগুলো বর্ণের বিন্যাস বের করতে হবে।
- ➢ **দ্বিতীয় কাজ:** ঐ একসাথে রাখতে বলা বর্ণগুলোর মধ্যেই আবার বিন্যাস বের করতে হবে।
- ➢ **শেষ কাজ:** প্রথম দুটি কাজ থেকে প্রাপ্ত বিন্যাসের ফলাফল দুটি গুণ করতে হবে।

৩৬. Vowel গুলি একসাথে রেখে **ACCLAIM** শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?

a. 720 b. 120 c. 60 d. 180

◆ **Solution: (d)**

✓ **প্রথম কাজ :** Vowel গুলিকে একত্রে রেখে বিন্যাস করা অর্থাৎ **CCLM (AAI) = (4+1)! = 5!** কিন্তু দুটি C থাকায় নিচে ভাগ করতে হবে 2! দিয়ে অর্থাৎ $\frac{5!}{2!} = 60$

✓ **দ্বিতীয় কাজ: (AAI)** Vowel গুলির মধ্যেই বিন্যাস করা এখানে Vowel আছে তিনটি কিন্তু তাদের মধ্যে A আছে দুটি তাই Vowel গুলির মধ্যে বিন্যাস সংখ্যা হবে $\frac{3!}{2!} = 3$

✓ **তৃতীয় এবং শেষ কাজ:** দুই বিন্যাসের গুণফল বের করতে হবে। অর্থা'ৎ $60\times3 = 180$। উত্তর: 180 ।

৩৭. **SCIENCE** শব্দটির স্বরবর্ণ গুলোকে একত্রে রেখে সব কয়টি বর্ণকে সম্ভব্য যত উপায়ে সাজানো যায় তার সংখ্যা নির্ণয় কর।

ক.১৪০ খ.১৭৬ গ.১৭৭ ঘ.১৮০

◆ সমাধান: (ঘ)

SCIENCE শব্দটিতে বর্ণসংখ্যা ৭ টি

স্বরবর্ণতিনটিকে একত্রে রেখে একটি বর্ণবিবেচনা করলে অর্থাৎ SCNC (EEI) বর্ণসংখ্যা হবে ৫টি

$\therefore$SCNC (EEI) এর সাজানোর সংখ্যা = মোট ৫টি বর্ণ যেখানে দুটি C $= \frac{5!}{2!} = \frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1} = 60$

আবার (EEI) এর বিন্যাস সংখ্যা $= \frac{3!}{2!}$ [যেহেতু E = 2 টি] $= \frac{3\times2\times1}{2\times1} = 3$

[যুক্তি, তিনটি স্বরবর্ণ পাশাপাশি রাখলেই হল, তাই এই স্বরবর্ণ গুলো EEI , EIE , অথবা IEE, এভাবে আসলেও শর্ত পূরণ হবে। এজন্য দুবার বিন্যাস করতে হল।]

অতএব নির্ণেয় বিন্যাস সংখ্যা $= 60 \times 3 = 180$

◆ **নিজে করুন:**

৩৮. **Vowel গুলি একসাথে রেখে কতভাবে Problem শব্দটি বিন্যাস করা যাবে?** [**Help:** Prblm(oe) = 6! শেষে 2! গুণ]

ক.১৪৪০ খ.১৬৬০ গ.১৩৩৪ ঘ.১৪৪৮ উত্তর:- ক

৩৯. In how many different ways can the letters of the word "Football" be arranged such that all vowels are always together?

a.1720 b.1120 c.1160 d.1080 উত্তর:- d

[**Help:** ftbll (ooa) $6! \div 2! = 360$ then $360 \times 3 = 1080$]

৪০. In how many ways can the letters of the word **'ARRANGE'** be arranged in which the two Rs and two As come together? (ARRANGE' শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে যেখানে দুটো R এবং দুটো A একত্রে থাকবে?) *(BB Ass: Director-2011)*

a.620 b.120 c.200 d.180 e.none of these

◆**Solution: (b)**

R দুটিকে এবং A টিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস করা যাবে **(AA)(RR)NGE** = 5! = 120টি। এখানে কোন গুণ অথবা ভাগ করতে হবে না। এর কারণ হলো A দুটিকে নিজেদের মাঝে মাত্র ১ ভাবেই বিন্যাস করা যায় , তেমনিভাবে R দুটি কেও, তাই গুণ করতে হবে না। আবার দুটি সংখ্যাকে আলাদা আলাদা ভাবে ১টি করে ধরায় তারা রিপিট হয় নি। তাই নিচে ভাগ ও হবে না।

৪১. **৩ জন ছাত্র ও ৫ জন ছাত্রীকে একসারিতে রেখে কতভাবে সাজানো যায় যেখানে ৩ জন ছাত্র সর্বদা একত্রে থাকবে?**

ক.১২৪০ খ.১১৭৬ গ.৪১৭৭ ঘ.৪৩২০ [**Help:** ৬!×৩!] উত্তর:- ঘ

◆**সমাধান:**

৩জন ছাত্রকে যেহেতু একত্রে রাখতে হবে তাই তাদেরকে ১ জন ধরে এবং ৫ জন ছাত্রী সহ একত্রে সাজানো যায় ৫জন ছাত্রী (৩জন ছাত্র) = ৬! বা ৭২০ এখন ৩ জন ছাত্রকে তাদের নিজেদের মধ্যে সাজানো যায় ৩! বা ৬ ভাবে তাহলে মোট সাজানোর সংখ্যা ৭২০×৬ = ৪৩২০ উত্তর: ৪৩২০

◆(D)একসাথে না রেখে বিন্যাস:

মনে রাখুন:

একসাথে না রেখে বিন্যাস করার সরাসরি কোন সুত্র নেই তাই একত্রে রাখা যাবে না বললে:

সর্বমোট বিন্যাস - একসাথে রাখা বিন্যাস = একসাথে না রাখা বিন্যাস।

- **প্রথমে:** সবগুলো বর্ণের সাধারণ বিন্যাস বের করতে হবে। যাতে একত্রে থাকা এবং একতে না থাকা সব ধরণের বিন্যাস থাকবে।
- **এরপর** একসাথে রাখার নিয়ম অনুযায়ী সমাধান বের করে মোট বিন্যাস থেকে বিয়োগ করলেই একসাথে না থাকার বিন্যাস বের হবে।

৪২. In how many ways can the letters of the word **"APPLE"** be arranged so that so that the vowels are never together? (**"APPLE"** শব্দটিকে কতভাবে বিন্যাস করা যাবে যাতে Vowel গুলো কখনোই একসাথে থাকবে না?)

a. 24 b.36 c. 48 d. 60

◆**Solution: (b)**

"APPLE" শব্দটির সর্বমোট বিন্যাস সংখ্যা = 5! কিন্তু **P** আছে দুটি তাই বিন্যাস হবে $\frac{5!}{2!} = 60$

এখন এই ৬০টি বিন্যাসের মধ্যে কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে আবার কিছু বিন্যাস আছে যেখানে P দুটি একত্রে থাকবে না। যেহেতু সরাসরি একত্রে না থাকার সুত্র নেই তাই

"APPLE" শব্দটির P দুটি একত্রে রেখে বিন্যাস = **ALE (PP)** = $4!\times1! = 24$

সুতরাং P দুটি একত্রে না রেখে বিন্যাস = 60-24 = 36

Shortcut: $\frac{5!}{2!} - (4!\times1!) = 60\text{-}24 = 36$

৪৩. Vowel গুলি পাশাপাশি না রেখে 'Triangle' শব্দটির অক্ষরগুলো কতভাবে সাজানো যাবে?

(ক) 35000 (খ) 36000 (গ) 35600 (ঘ)36800 **উত্তরঃ- খ**

◆সমাধানঃ (খ)

শব্দটিতে মোট ভিন্ন 8টি অক্ষর যার 3টি স্বরবর্ণ। সবগুলো একত্রে নিয়ে মোট,

$8! = 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 40320$ রকমে সাজানো যায়।

স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি রেখে, মোট $6!\times 3! = 720 \times 6 = 4320$ প্রকারে সাজানো যায়।

$\therefore$ স্বরবর্ণগুলো পাশাপাশি না রেখে মোট $(40320 - 4320) = 36000$ প্রকারে সাজানো যায়।

৪৪. স্বরবর্ণগুলোকে একত্রে না রেখে "Daughter" শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে?

ক.37000 খ.36000 গ.36500 ঘ.36400

উত্তরঃ- খ

[**Help:** প্রথমে একেত্রে রেখে সাজানোর সংখ্যা বের করুন, তারপর মোট সাজানো সংখ্যা ৮! বের করে তা থেকে বিয়োগ দিলেই একসাথে না সাজানোর সংখ্যা বের হবে।]

৪৫. In how many ways can Annie, Bushra, Camelia, Don, Elina and Farzana be seated if Annie and Bushra cannot be seated next to each to each other (**Annie** এবং **Bushra** **একসাথে বসবে না।**)? *[M.T.B.L: 14]*

a.240 b.360 c.480 d.600

◆Solution: (c)

সবাইকে একসাথে রেখে 6 জনকে বসানো যায় $6! = 720$ ভাবে। এই 720 এর মধ্যে তারা একত্রে বসবে আবার আলাদা আলাদাও বসবে, অর্থাৎ এর ৭২০ এর মধ্যে সবধরণের বিন্যাস ই আছে।

এখন, যে দুজনকে একত্রে রাখা যাবে না তাদেরকে একত্রে রেখে বিন্যাস করা বা বসানো যায় $(5! \times 2!) = 240$ তাহলে ঐ দুজনকে একত্রে না রেখে বিন্যাস হবে 720-240 = 480

Shortcut: $6! - (5! \times 2!) = 480$

পদ্ধতি-০৩ঃ পুণরাবৃত্তির বিন্যাস

উপরের প্রশ্নগুলোতে যে কোন সংখ্যা বা অক্ষর শুধুমাত্র ১ বার ব্যবহার করা হয়েছে। অর্থাৎ একই সংখ্যা বা অক্ষর একাধিকবার ব্যাবহৃত হয় নি।

যেমনঃ ১ ও ২ কে একবার মাত্র ব্যবাহার করে, দু ' অঙ্কের কতগুলো সংখ্যা গঠন করা যায়?

এরকম প্রশ্নের উত্তর ২! বা ২টি যথাঃ ১২ এবং ২১

কিন্তু এই একই প্রশ্নে, **repetition allowed** বা পুণরাবৃত্তি করা গেলে ১ ও ২ কে ব্যবহার করে ২ অঙ্কের সংখ্যা বানানো যাবে $২^২$ = ৪টি। যথাঃ ১২, ২১, এর সাথে ১১ এবং ২২ [অর্থাৎ একই সংখ্যাকে একাধিকবার ব্যাবহার করা যাবে]

Formula of Repetition: n^r (এখানে n হচ্ছে মোট উপাদান এবং r = যতবার নিতে হবে।)

৪৬. পুনরাবৃত্তি করে A, B, C তিনটি উপাদান থেকে কয়ভাবে ২টি উপাদান নেয়া যাবে? এখানে, সকল বিন্যাস হবে এরূপ, AA, AB, AC, BA, BB, BC, CA, CB, CC, 9টি। কেননা প্রতি ক্ষেত্রেই প্রতি ধাপে আগের সব options থেকে যায়।

এক্ষেত্রে বিন্যাস সংখ্যা $n^r = 3^2 = 9$। অর্থাৎ এক বর্ণ রিপিট করা গেলে এভাবে।

৪৭. ১, ২, ৩, ৪, ৫ অঙ্কগুলির প্রতিটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে ৩ অঙ্কের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক.১৩০ খ.১৩৫ গ.১২৫ ঘ.১২৭ **উত্তর:- গ**

♦ সমাধান:(গ)

যে কোন সংখ্যক বার অর্থ প্রতিবারই ১ নিয়ে ৩ অংকের সংখ্যা হবে ১১১ অর্থাৎ এখানে রিপিট করা যাবে।

সূত্র: এরকম পুনরাবৃত্তি করা গেলে (মোট উপাদান) যতবার নেয়া যাবে এখানে মোট উপাদান ১,২,৩,৪ ও ৫ = ৫টি এবং সংখ্যা বানাতে হবে ৩ অংকের । তাই উত্তর হবে ৫^{৩} = ১২৫টি (যেমন: ১২৩,১১২,১১১, এরকম ১ দিয়ে ২৫টি সহ প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে ২৫ টি করে মোট ১২৫ টি)

৪৮. 4, 5,6,7,8 এর প্রত্যেকটিকে যে কোন সংখ্যক বার নিয়ে চার অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যায়? এ সংখ্যাগুলোর কয়টিতে একই অঙ্ক একাধিবার থাকবে?

♦ সমাধান:

চার অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = $5^4 = 625$. (যে কোন অঙ্ক একাধিকবার নেয়া যাবে।)

আবার ৫টি অঙ্ক থেকে 4 টি অঙ্ক (প্রত্যেকটি কেবল একবার)

নিয়ে চার অঙ্কবিশিষ্ট মোট সংখ্যা = ${}^5P_4 = 120$ (এগুলোতে একটি অঙ্ক মাত্র একবারই থাকবে।)

$\therefore$ প্রত্যেকটি সংখ্যায় একই অঙ্ক একাধিকবার থাকবে এরূপ মোট সংখ্যা = $625 - 120 = 505$.

৪৯. ৫, ৫, ৬, ৬, ৭, ৭ সংখ্যাগুলি থেকে ৩ অংকের কতগুলি সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক.২৪ খ.২৬ গ.২৮ ঘ.২২ **উত্তর:- ক**

♦ সমাধান: (ক)

এখানে যে কোন সংখ্যা ইচ্ছামত নেয়া যাবে না । তবে প্রশ্নে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকেই শুধু ব্যবহার করা যাবে, যেখানে মোট ৬টি সংখ্যা দেয়া থাকলেও আসলে সংখ্যা (উপদান) মোট ৩টি এবং প্রতিটি ২ বার করে আছে। তাই আমরা লিখতে পারি, ৩টি উপালান দিয়ে ৩অংকের সংখ্যা বানাতে হলে লিখতে হবে ৩^{৩} = ২৭টি । কিন্তু লক্ষ্য করুন ৩টি উপদান কিন্তু ইচ্ছে মত রিপিট করা যাবে না। বরং যে কয়টি সংখ্যা দেয়া আছে তা থেকেই নিতে হবে। এখানে ৫, ৬ এবং ৭ আছে ২টি করে। কিন্তু ২৭টি সংখ্যার মধ্যে এমন ৩টি সংখ্যা আছে যেখানে ৫৫৫, ৬৬৬, এবং ৭৭৭ আছে যেগুলো নেয়া যাবে না। কারণ প্রশ্নে ৩টি করে সংখ্যা দেয়া নেই । তাই এই ৩টি বাদ দিলে মোট সংখ্যা হবে ২৭-৩ = ২৪টি ।

♦ একটু ভিন্ন:

৫০. প্রতিটি অঙ্ক একবার ব্যবহার করে ৪, ৩, ২, ১, ০ অঙ্কগুলি দ্বারা ৫ অঙ্কের কতগুলি বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যাবে?

ক.২৪ খ.২৬ গ.২৮ ঘ.৩৬ **উত্তর:- ঘ**

♦ সমাধান: (ঘ)

এখানে শর্ত দুটি: ১. *সংখ্যাগুলো ৫ অংকে বিশিষ্ট হতে হবে* ২. *সংখ্যাগুলো বিজোড় হতে হবে।* (১ ও ৩ দিয়ে শেষ হতে হবে)

এখন ৫টি সংখ্যা আছে এবং প্রতিটি ১ বার করে নিতে হবে,, তাই ৫টি সংখ্যা কে সাজানো যায় ৫! বা ১২০ ভাবে। যাদের মধ্যে প্রতিটি সংখ্যা দিয়ে শুরু ও শেষ হবে ১২০÷৫ = ২৪টি বিন্যাস।

♦ মোট বিজোড় সংখ্যা:

যে সংখ্যাগুলোর শেষে ১ ও ৩ থাকবে সেগুলোই বিজোড় তাই মোট বিজোড় ২৪+২৪ = ৪৮টি

কিন্তু এই ৪৮ টি বিজোড় সংখ্যার মধ্যে এমন কিছু সংখ্যা আছে যেগুলো ০ দিয়ে শুরু হয়েছে যা বিজোড় কিন্তু ৫ অংকে বিশিষ্ট নয়। তাই ০ দ্বারা শুরু হওয়া বিজোড় সংখ্যাগুলো বাদ দিতে হবে।

এখন ০ দিয়ে শুরু হওয়া মোট সংখ্যা ১২০÷৫ = ২৪টি ।

০ দ্বারা যে সংখ্যাগুলো শুরু হয়েছে সেগুলো শেষ হবে ১, ২, ৩, অথবা ৪ দিয়ে। অর্থাৎ ২৪÷৪ = ৬ (প্রতিটি দিয়ে ৬টি) এবং ১ ও ৩ দিয়ে শেষ হওয়া সংখ্যাগুলো বিজোড় তাই মোট বিজোড় ৬+৬ = ১২টি।

এখন এই ১২টি সংখ্যা মোট বিজোড় সংখ্যা ৪৮ থেকে বাদ দিতে হবে তাই উত্তর: ৪৮-১২ = ৩৬টি ।

উত্তর: ৩৬টি।

◆**গুরুত্বপূর্ণ শিক্ষণীয় বিষয়:**

- ০ দ্বারা কোন সংখ্যা শুরু হয় না।
- জোড় অথবা বিজোড় বের করতে বলা হলে শেষের সংখ্যা মেলাতে হবে।
- মোট বিন্যাস সংখ্যাকে, প্রদত্ত উপাদান সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে প্রতিটি উপাদান দিয়ে কতটি বিন্যাস শুরু ও শেষ হবে তা বের হয়ে।

পদ্ধতি-০৪: বিন্যাসের বিবিধ

◆**বৃত্তাকারে সাজানো:**

বৃত্তাকারে সাজানোর সূত্র: (n-1)! (এখানে n = যতজনকে বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হবে)

❖ **টিপস:** বৃত্তাকারে সাজাতে বলা হলে যত জনকে সাজাতে বলা হবে তা থেকে ১ বিয়োগ করতে হবে।
কারণ

- A,B,C,D চারজনকে পাশাপাশি *(বেঞ্চে)* বসাতে বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি ভিন্ন বিন্যাস।
- কিন্তু A,B,C,D চারজনকে বৃত্তাকারে (গোলটেবিলে) বলা হলে A,B,C,D এবং A,D,C,B দুটি ভিন্ন বিন্যাস। কারণ শেষের ব্যাক্তি D এসে পেছন দিক থেকে A এর পাশে বসায় বিন্যাস সংখ্যা কমে যায়।

❖ **নিচের প্রশ্নগুলো দেখুন:**

৫১. কতভাবে 4 জন লোক একটি বৃত্তাকার টেবিলের চারপাশে বসতে পারে? [৩! = ৬]

ক.৬ খ.৪ গ.৮ ঘ.১০ **উত্তর:- ক**

৫২. 6 জন লোক কতভাবে বৃত্তাকারভাবে দাঁড়াতে পারে? [৫! = ১২০]

ক.১৪৪ খ.১২০ গ.২৩৮ ঘ.২১২ **উত্তর:- খ**

৫৩. The number of ways that 8 beads of different colours be strung as a necklace is (৮টি ভিন্ন রং এর পুথি কতভাবে একটি হারে লাগানো যাবে?)

a.2520 b.2880 c.4320 d.5040

◆**Solution: (a)**

মালা, তসবীহ বা বৃত্তাকার কোন কিছু সামনে ও পেছন থেকে একই রকম দেখালে

তাদেরকে সাজানোর **সূত্র** $= \frac{(n-1)!}{2}$

(মালা যেহেতু বৃত্তাকার তাই একটিকে স্থির রেখে বাকীগুলো হিসেব করতে হবে। আবার সামনের দিক থেকে মালা যেমন দেখা যায় পেছন দিক থেকেও একই রকম দেখা যায় তাই ২ দিয়ে সবসময় ভাগ হবে।)

৮টি পুথি দিয়ে মালা বানানোর উপায় $= \frac{(8-1)!}{2} = \frac{7!}{2} = \frac{5040}{2} = 2520$ (since n = 8)

Practice করুন:

A. সাধারণ বিন্যাস: (i) BOGRA=120 (ii) KHULNA =720

B. পুণরাবৃত্তি হলে: (i) BAMBOO=180 (ii) MANNER = 360

C. স্বরবর্ণগুলো একসাথে থাকবে: (i) ABACUS = 72 (ii) MATHEMATICS'= 120960
(iii) 'LEADING=720 (iv)CORPORATION' =50400 (v) 'DIRECTOR' =2160

D. স্বরবর্ণগুলো একসাথে থাকবে না: (i) "AFTER"=72, (ii) 'BENGALI' = 4320

Model Test

বিন্যাস

পূর্ণমান: ১০ **সময়: ১০মিনিট**

১. **Mobile শব্দটির বর্ণমালাগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?**
ক.১০৫০ খ.৭২০ গ.১০৮০ ঘ.১৪৪০ = খ

২. **SUCCESS শব্দের সব বর্ণ নিয়ে কতটি ভিন্ন ভিন্ন শব্দ গঠন করা যাবে?**
ক.১৫০ খ.৭২০ গ.৪২০ ঘ.৪৪০ = গ

৩. **Vowel গুলি একসাথে রেখে Rajshahi শব্দটিকে কতভাবে সাজানো যাবে? (Science এর মতই)**
ক.১০৫০ খ.৭২০ গ.১০৮০ ঘ.১৪৪০ = গ

৪. **Vowel গুলি একসাথে রেখে কতভাবে trouble শব্দটি বিন্যাস করা যাবে?**
ক.১০৫০ খ.৭২০ গ.১০৮০ ঘ.১৪৪০ = খ

৫. **৩, ৩, ৪, ৪, ৪, ৫ সংখ্যাগুলো নিয়ে ৬ অঙ্কবিশিষ্ট কতগুলো ভিন্ন সংখ্যা গঠন করা যাবে?**
ক.৫০ খ.২০ গ.৮০ ঘ.৬০ = ঘ

৬. **প্রত্যেকটি অঙ্ক কেবল একবার করে ব্যবহার করে ১,২,৩ দ্বারা কতগুলো দুই অংকে বিশিষ্ট সংখ্যা গঠন করা যায়?** $^{৩}P_{২}$ =৬টি
ক.৪ খ.৫ গ.৬ ঘ.৭ উত্তর:- গ

৭. **১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬ অঙ্কগুলো প্রতিটি একবার নিয়ে ৪ অঙ্কের কতগুলি ভিন্ন সংখ্যা হবে?**
ক.১৫০ খ.৭২০ গ.১০৮ ঘ.৩৬০ = ঘ

৮. **জাবীরের ৩টি ভিন্ন রঙের প্যান্ট ও ৩টি ভিন্ন রঙের শার্ট আছে। সে কতভাবে এক জোড়া প্যান্ট-শার্ট পছন্দ করতে পারে?** ৯
ক.৩ খ.৬ গ.৯ ঘ.১২ উত্তর:- গ

৯. **SCIENCE শব্দটির প্রত্যেকটি বর্ণ দিয়ে কত উপায়ে শব্দটিকে সাজানো যাবে?**
ক) ১২৬০ খ) ১৬২০ গ) ১৬০২ ঘ) কোনটিই নয় = ক

১০. **Parallel শব্দটির Vowel গুলিকে একত্রে রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা কত হবে?** ৩৬০
ক.২৪০ খ.২৭৬ গ.৩৭৭ ঘ.৩৬০ উত্তর:- ক

উত্তরমালা:
মডেল টেস্ট-০১(বিন্যাস)

১. খ	২. গ	৩. গ	৪. খ	৫. ঘ	৬. গ	৭. ঘ	৮. গ	৯. ক	১০. ক

Source: Khairul’s Basic Math

পরবর্তী পোস্টে **সমাবেশ (Combination)** এর উপর আলোচনা করা হবে এবং পিডিএফ ফাইল দেয়া হবে।

সাথে থাকুন: ফেসুবকে নক করুন: **Khairul alam**